



QUANPIN ZHINENGZUOYE

智能作业

高中数学⁵

选择性必修第一册

BS

主编：肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

- 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。
- 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。
- 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、提升数学思维



特点二 细分课时，针对阶段内所学知识及考试热点分别设置阶段滚动练和热点题型探究

- 阶段滚动练——强化练习，巩固阶段所学内容
- 热点题型探究——题型方法全面概括，解析本章考试热点难点

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷

知识覆盖到位，有助查漏补缺

阶段素养测评卷

模块素养测评卷

覆盖全书知识，精准备战期末



**精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，
助力同步高效学习！**

CONTENTS

全品智能作业·数学 BS

01 第一章 直线与圆

§ 1 直线与直线的方程	001
1.1 一次函数的图象与直线的方程	001
1.2 直线的倾斜角、斜率及其关系	001
第 1 课时 直线的倾斜角和斜率	/ 001
第 2 课时 直线的斜率与倾斜角、方向向量的关系	/ 003
1.3 直线的方程	005
第 1 课时 直线方程的点斜式	/ 005
第 2 课时 直线方程的两点式	/ 007
第 3 课时 直线方程的一般式	/ 009
1.4 两条直线的平行与垂直	011
第 1 课时 两条直线平行	/ 011
第 2 课时 两条直线垂直	/ 013
1.5 两条直线的交点坐标	015
1.6 平面直角坐标系中的距离公式	017
第 1 课时 两点间的距离公式	/ 017
第 2 课时 点到直线的距离公式和两条平行 直线间的距离公式	/ 019
♥ 阶段滚动练(一) [范围 1.1~1.6]	021
§ 2 圆与圆的方程	023
2.1 圆的标准方程	023
第 1 课时 圆的标准方程	/ 023
第 2 课时 圆的标准方程的综合应用	/ 025
2.2 圆的一般方程	027
2.3 直线与圆的位置关系	029
2.4 圆与圆的位置关系	031
♥ 阶段滚动练(二) [范围 2.1~2.4]	033

♥ 热点题型探究(一)

- 题型 1 两直线平行与垂直问题 / 035
- 题型 2 直线与圆方程的求法 / 035
- 题型 3 直线与圆相切、相交弦问题 / 036
- 题型 4 直线中的对称问题 / 036
- 题型 5 直线与圆的最值问题 / 037
- 题型 6 与圆有关的轨迹、实际问题 / 038

02 第二章 圆锥曲线

§ 1 椭圆	039
1.1 椭圆及其标准方程	039
1.2 椭圆的简单几何性质	041
第 1 课时 椭圆的简单几何性质	/ 041
第 2 课时 椭圆的几何性质的综合问题	/ 043
♥ 阶段滚动练(三) [范围 1.1~1.2]	045
§ 2 双曲线	047
2.1 双曲线及其标准方程	047
2.2 双曲线的简单几何性质	049
第 1 课时 双曲线的简单几何性质	/ 049
第 2 课时 双曲线的几何性质的综合问题	/ 051
§ 3 抛物线	053
3.1 抛物线及其标准方程	053
3.2 抛物线的简单几何性质	055
第 1 课时 抛物线的简单几何性质(一)	/ 055
第 2 课时 抛物线的简单几何性质(二)	/ 057
♥ 阶段滚动练(四) [范围 2.1~3.2]	059
§ 4 直线与圆锥曲线的位置关系	061
4.1 直线与圆锥曲线的交点	061
4.2 直线与圆锥曲线的综合问题	063

● 热点题型探究(二) 065

- 题型 1 圆锥曲线定义的应用 / 065
- 题型 2 圆锥曲线的几何性质 / 065
- 题型 3 直线与圆锥曲线的位置关系 / 066
- 题型 4 定点、定值问题 / 066
- 题型 5 圆锥曲线中的最值与范围问题 / 067
- 题型 6 圆锥曲线中的探究性问题 / 068

03 第三章 空间向量与立体几何

§ 1 空间直角坐标系 069

- 1.1 点在空间直角坐标系中的坐标 069
- 1.2 空间两点间的距离公式 069

§ 2 空间向量与向量运算 071

- 2.1 从平面向量到空间向量 071
- 2.2 空间向量的运算 071

第 1 课时 空间向量的概念及运算 / 071

第 2 课时 空间向量的数量积 / 074

§ 3 空间向量基本定理及空间向量运算的坐标表示 076

- 3.1 空间向量基本定理 076
- 3.2 空间向量运算的坐标表示及应用 078

第 1 课时 空间向量运算的坐标表示及平行(共线)和垂直的条件 / 078

第 2 课时 空间向量长度与夹角的坐标表示 / 080

● 阶段滚动练(五) [范围 1.1~3.2] 082

§ 4 向量在立体几何中的应用 084

- 4.1 直线的方向向量与平面的法向量 084
- 4.2 用向量方法研究立体几何中的位置关系 086

第 1 课时 用向量方法研究立体几何中的平行关系 / 086

第 2 课时 用向量方法研究立体几何中的垂直关系 / 088

4.3 用向量方法研究立体几何中的度量关系 090

第 1 课时 用向量方法研究立体几何中的度量关系(一) / 090

第 2 课时 用向量方法研究立体几何中的度量关系(二) / 092

第 3 课时 空间中的距离问题 / 094

● 阶段滚动练(六) [范围 4.1~4.3] 096

● 热点题型探究(三) 098

- 题型 1 空间向量的线性运算 / 098
- 题型 2 空间向量的坐标运算 / 098
- 题型 3 利用空间向量解决空间角和空间距离问题 / 098
- 题型 4 立体几何中的动态与折叠问题 / 100

05 第五章 计数原理

§ 1 基本计数原理 101

- 1.1 分类加法计数原理 101
- 1.2 分步乘法计数原理 101
- 1.3 基本计数原理的简单应用 103

§ 2 排列问题 105

- 2.1 排列与排列数 105
- 2.2 排列数公式 107

第 1 课时 排列数公式 / 107

第 2 课时 排列的综合问题 / 109

§ 3 组合问题 111

- 3.1 组合 111
- 3.2 组合数及其性质 111

第 1 课时 组合与组合数 / 111

第 2 课时 组合数的性质 / 113

第 3 课时 排列、组合的综合应用 / 115

● 阶段滚动练(七) [范围 1.1~3.2] 117

§ 4 二项式定理 119

- 4.1 二项式定理的推导 119

4.2 二项式系数的性质 121

♥ 热点题型探究(四) 123

- 题型1 排列、组合的热点问题 / 123
- 题型2 求展开式中的特定项 / 124
- 题型3 赋值法求二项展开式中某项的系数或系数和 / 124

06 第六章 概 率

§ 1 随机事件的条件概率 125

1.1 条件概率的概念 125

1.2 乘法公式与事件的独立性 127

1.3 全概率公式 129

§ 2 离散型随机变量及其分布列 131

2.1 随机变量 131

2.2 离散型随机变量的分布列 133

§ 3 离散型随机变量的均值与方差 135

3.1 离散型随机变量的均值 135

3.2 离散型随机变量的方差 137

♥ 阶段滚动练(八) [范围 1.1~3.2] 140

§ 4 二项分布与超几何分布 143

4.1 二项分布 143

第1课时 二项分布 / 143

第2课时 二项分布的综合应用 / 145

4.2 超几何分布 147

§ 5 正态分布 149

♥ 阶段滚动练(九) [范围 4.1~§5] 152

♥ 热点题型探究(五) 154

- 题型1 随机变量的分布列与期望 / 154
- 题型2 超几何分布与二项分布的应用 / 155
- 题型3 正态分布 / 156

07 第七章 统计案例

§ 1 一元线性回归 158

1.1 直线拟合 158

1.2 一元线性回归方程 158

§ 2 成对数据的线性相关性 161

2.1 相关系数 161

2.2 成对数据的线性相关性分析 161

§ 3 独立性检验问题 164

3.1 独立性检验 164

3.2 独立性检验的基本思想 164

3.3 独立性检验的应用 164

♥ 热点题型探究(六) 168

- 题型1 相关系数与线性回归方程 / 168
- 题型2 独立性检验 / 169

■ 参考答案 171

◆ 素养测评卷 ◆

单元素养测评卷(一) 卷1

单元素养测评卷(二) 卷3

阶段素养测评卷(一) 卷5

单元素养测评卷(三) 卷7

阶段素养测评卷(二) 卷9

单元素养测评卷(四) 卷11

阶段素养测评卷(三) 卷13

单元素养测评卷(五) 卷15

阶段素养测评卷(四) 卷17

模块素养测评卷 卷21

参考答案 卷23

§ 1 直线与直线的方程

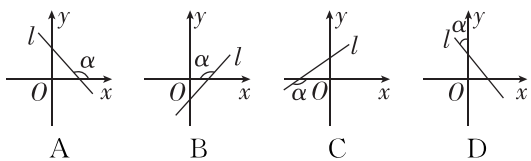
1.1 一次函数的图象与直线的方程

1.2 直线的倾斜角、斜率及其关系

第 1 课时 直线的倾斜角和斜率

基础 夯实篇

- 直线 $y = ax + b (a \neq 0)$ 过点 $A(0, 1), B(2, 0)$, 则关于 x 的方程 $ax + b = 0$ 的解为 ()
A. $x = 0$ B. $x = 1$
C. $x = 2$ D. $x = 3$
- 过点 $A(-1, a), B(a, 2)$ 的直线的斜率等于 2, 则 a 的值为 ()
A. 0 B. 1
C. 3 D. 4
- 已知直线过点 $A(0, 4)$ 和点 $B(1, 2)$, 则直线 AB 的斜率为 ()
A. 3 B. -2
C. 2 D. -3
- 以下两点确定的直线的斜率不存在的是 ()
A. $(4, 1)$ 与 $(-4, -1)$
B. $(0, 1)$ 与 $(1, 0)$
C. $(1, 4)$ 与 $(-1, 4)$
D. $(-4, 1)$ 与 $(-4, -1)$
- 下列图中 α 能表示直线 l 的倾斜角的是 ()

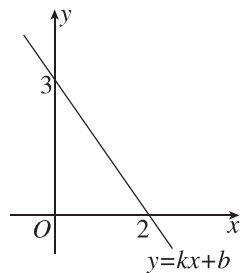


- 直线 $y = -1$ 的倾斜角为 _____.

素养 提能篇

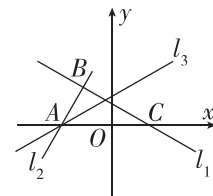
- 若直线 l 的向上方向与 y 轴的正方向成 60° 角, 则 l 的倾斜角为 ()
A. 30° B. 60°
C. 30° 或 150° D. 60° 或 120°

- 已知直线 l 的倾斜角为 1 rad , 则 l 的斜率为 ()
A. 1 B. 45
C. $\tan 1$ D. $\tan 1^\circ$
- (多选题) 下列说法中正确的是 ()
A. 任一条直线都有倾斜角, 但不一定都有斜率
B. 平行于 x 轴的直线的倾斜角是 0° 或 180°
C. 若两条直线的斜率相等, 则它们的倾斜角相等
D. 若两条直线的倾斜角相等, 则它们的斜率相等
- (多选题) 如图, 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 $(2, 0)$, 点 $(0, 3)$, 则下列结论中正确的是 ()

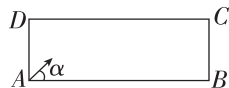


- 图象经过点 $(1, -3)$
 - 关于 x 的方程 $kx + b = 0$ 的解为 $x = 2$
 - 关于 x 的方程 $kx + b = 3$ 的解为 $x = 0$
 - 一次函数对应直线的斜率为 $-\frac{3}{2}$
- 已知 $A(2, -3), B(4, 3), C(5, \frac{m}{2})$ 三点在同一条直线上, 则实数 m 的值为 _____.

思维训练篇

12. 如图,已知直线 l_1 的倾斜角是 150° , $l_2 \perp l_1$, 垂足为 B , l_1, l_2 分别与 x 轴相交于点 C, A , l_3 平分 $\angle BAC$, 则 l_3 的倾斜角为 _____.
- 
13. 若三点 $A(3,1), B(-2,k), C(8,1)$ 能构成三角形, 求实数 k 的取值范围.
14. 一束光线从点 $A(-2,3)$ 射出, 经 x 轴上的点 P 反射后, 通过点 $B(5,7)$, 求点 P 的坐标.

15. [2023·江西宜春铜鼓中学月考] 已知直线 l 过点 $A(1,2)$, 且不过第四象限, 则直线 l 的斜率 k 的最大值是 ()
- A. 2 B. 1
- C. $\frac{1}{2}$ D. 0
16. (多选题)[2023·江苏盐城新丰中学高二期中] 台球运动至今已有五六百年的历史, 是参与者按照一定的规则用球杆在球台上击球. 如图, 有一张长方形球台 $ABCD$, $AB=3AD$, 现从角落 A 沿与 AB 的夹角为 α 的方向把球打出去, 球经 2 次碰撞球台内沿后进入角落 C 的球袋中, 若和光线一样, 台球在球台上碰到障碍物后也遵循反射定律, 则 $\tan \alpha$ 的值可以为 ()



- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{2}$
- C. 1 D. $\frac{3}{2}$
17. 已知 $A(2,4), B(3,3)$, 点 $P(a,b)$ 是线段 AB (包括端点) 上的动点, 求 $\frac{b}{a}$ 的取值范围.

第2课时 直线的斜率与倾斜角、方向向量的关系

基础 夯实篇

1. 已知直线的倾斜角是 $\frac{2\pi}{3}$, 则直线的斜率是 ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

2. 若直线 l 的一个方向向量的坐标是 $(-\sqrt{3}, 6)$, 则直线 l 的斜率为 ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$
 C. $2\sqrt{3}$ D. $-2\sqrt{3}$

3. 已知直线 l 的倾斜角为 α , 斜率为 k , 若 $k \in [-\sqrt{3}, 1]$, 则 α 的取值范围为 ()
 A. $[0, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{2\pi}{3}, \pi)$
 B. $[0, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{5\pi}{6}, \pi)$
 C. $[\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}]$
 D. $[\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}]$

4. 若直线 l 经过 $A(1, 0), B(4, -\sqrt{3})$ 两点, 则直线 l 的倾斜角 $\theta =$ ()
 A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$
 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

5. 直线 $2x + 1 = 0$ 的一个方向向量为 $d =$ _____.

6. 若直线 l 的倾斜角 α 的正弦值为 $\frac{3}{5}$, 则直线 l 的斜率为 _____.

素养 提能篇

7. 已知点 $A(2, -3), B(-3, -2)$, 直线 l 过点 $P(1, 1)$, 且与线段 AB 相交, 则直线 l 的斜率 k 的取值范围为 ()
 A. $k \geq \frac{3}{4}$ 或 $k \leq -4$ B. $k \geq \frac{3}{4}$ 或 $k \leq -\frac{1}{4}$
 C. $-4 \leq k \leq \frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4} \leq k \leq 4$

 8. [2023·甘肃临夏中学高二期中] 若直线 l 经过第二、三、四象限, 其倾斜角为 α , 斜率为 k , 则 ()
 A. $k \cdot \sin \alpha > 0$ B. $k \cdot \cos \alpha > 0$
 C. $k \cdot \sin \alpha \geq 0$ D. $k \cdot \cos \alpha \leq 0$

 9. (多选题) 如图所示, 直线 l_1, l_2, l_3, l_4 的斜率分别是 k_1, k_2, k_3, k_4 , 倾斜角分别是 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, 则下列关系正确的是 ()
 A. $k_2 < k_1 < k_4 < k_3$
 B. $k_3 < k_2 < k_1 < k_4$
 C. $\alpha_2 < \alpha_1 < \alpha_4 < \alpha_3$
 D. $\alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1 < \alpha_4$
-
10. (多选题) 已知 $A(3, 2), B(-4, 1), C(0, -1)$, 则下列说法正确的是 ()
 A. 直线 AB 的斜率为 7
 B. 直线 BC 的倾斜角为钝角
 C. 若 $a = (1, 1)$, 则 a 是直线 AC 的一个方向向量
 D. 在 $\triangle ABC$ 中, 边 AB 上的中线所在直线的斜率为 -5

 11. 已知点 $A(1, 2)$, 若在坐标轴上有一点 P , 使直线 PA 的倾斜角为 135° , 则点 P 的坐标为 _____.

思维训练篇

12. 若过点 $A(-3,1), B(a,5)$ 的直线 l 的一个方向向量为 $e=(1,2)$, 则 a 的值为_____.
13. 已知直线 l 过点 $M(m+1, m-1), N(2m, 1)$.
- (1) 当 m 为何值时, 直线 l 的斜率是 1?
- (2) 当 m 为何值时, 直线 l 的倾斜角为 90° ? 求此时直线 l 的一个方向向量的坐标.

14. 若经过点 $A(1-t, 1+t)$ 和点 $B(3, 2t)$ 的直线的倾斜角 α 不是锐角, 求实数 t 的取值范围.

15. [2023·邢台一中月考] 若直线经过点 $P(1,1)$ 和点 $Q(2, t + \frac{1}{t})$, 其中 $t > 0$, 则该直线的倾斜角的取值范围是 ()

A. $(0, \frac{\pi}{4})$

B. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

C. $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$

D. $[\frac{3\pi}{4}, \pi)$

16. 已知经过坐标平面内 $A(1,2), B(-2, 2m-1)$ 两点的直线的一个方向向量的坐标为 $(1, \sin \alpha)$, 则实数 m 的取值范围为_____.
17. 已知实数 x, y 满足 $y = x^2 - 2x + 2 (-1 \leq x \leq 1)$, 试求 $\frac{y+3}{x+2}$ 的最大值和最小值.

1.3 直线的方程

第1课时 直线方程的点斜式

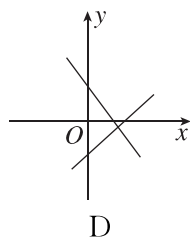
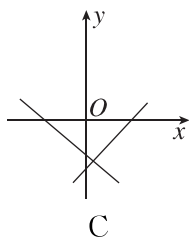
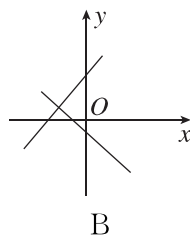
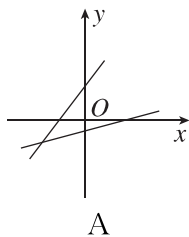
基础夯实篇

- 已知直线 l 的倾斜角为 60° , 在 y 轴上的截距为 -4 , 则直线 l 的方程为 ()
 A. $y = \sqrt{3}x + 4$ B. $y = -\sqrt{3}x + 4$
 C. $y = -\sqrt{3}x - 4$ D. $y = \sqrt{3}x - 4$
- 已知直线 l 的斜率为 3 , 且经过点 $A(2, 1)$, 则 l 的方程的点斜式为 ()
 A. $y + 1 = 3(x + 2)$
 B. $y - 1 = 3(x - 2)$
 C. $y - 1 = 3(x + 2)$
 D. $y + 1 = 3(x - 2)$
- 经过点 $(0, 3)$ 且倾斜角为 0° 的直线方程为 ()
 A. $x = 3$ B. $y = 3$
 C. $y = x + 3$ D. $y = 2x + 3$
- 直线 l 经过点 $(1, 1)$, 且它的倾斜角是直线 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 的倾斜角的两倍, 则 l 的方程是 ()
 A. $y = x$
 B. $y - 1 = \frac{2}{\sqrt{3}}(x + 1)$
 C. $y - 1 = \sqrt{3}(x - 1)$
 D. $y - 1 = \sqrt{3}x - 1$
- 已知直线 l 与直线 $l_1: y = 2x + 5$ 在 y 轴上的截距相等, 且 l 的斜率与 l_1 的斜率互为相反数, 则直线 l 的方程为_____.
- 若直线 $l: 5ax - 5y - a + 3 = 0$ 恒过定点 A , 则点 A 的坐标为_____.

素养提能篇

- 关于方程 $y - y_0 = k(x - x_0)$, 下列说法正确的是 ()
 A. 该方程可以表示任何直线
 B. 该方程不能表示过原点的直线
 C. 该方程不能表示与 y 轴垂直的直线
 D. 该方程不能表示与 x 轴垂直的直线

- 在同一平面直角坐标系中, 方程 $y = ax + b$ 和 $y = bx + a$ 表示的直线的位置可能是 ()



- (多选题) 下列说法正确的有 ()
 A. 直线 $x + \sqrt{3}y + 3 = 0$ 的倾斜角为 150°
 B. 直线 $y - 3 = k(x - 2)$ 必过定点 $(2, 3)$
 C. 方程 $y = k(x - 2)$ 与方程 $k = \frac{y}{x - 2}$ 表示同一条直线
 D. 经过点 $P(2, 1)$ 且斜率为 0 的直线方程为 $x = 2$
- (多选题) 下列说法正确的有 ()
 A. 若直线 $y = kx + b$ 经过第一、二、四象限, 则点 (k, b) 在第二象限
 B. 任何一条直线都有倾斜角, 都存在斜率
 C. 过点 $(2, -1)$ 且斜率为 $-\sqrt{3}$ 的直线的方程的点斜式为 $y + 1 = -\sqrt{3}(x - 2)$
 D. 直线的斜率越大, 倾斜角越大
- 已知直线 $y = \frac{1}{2}x + k$ 与两坐标轴所围成的三角形的面积为 1 , 则实数 k 的值为_____.
- 已知直线 l 经过原点, 且与直线 $y = \sqrt{3}x + 1$ 的夹角为 30° , 则直线 l 的方程为_____.

思维训练篇

13. 分别求出过点 $P(3,4)$ 且满足下列条件的直线方程:
- (1) 斜率 $k=2$;
 - (2) 与 x 轴平行;
 - (3) 与 x 轴垂直.

14. 求倾斜角是直线 $y = -\sqrt{3}x + 1$ 的倾斜角的 $\frac{1}{4}$, 且分别满足下列条件的直线方程:
- (1) 经过点 $(\sqrt{3}, -1)$;
 - (2) 在 y 轴上的截距是 -5 .

15. [2024·广东清远高二期中] 若直线 $2mx + y - 4m - 1 = 0$ 的斜率 $k < 0$, 那么该直线不经过 ()
- 第一象限
 - 第二象限
 - 第三象限
 - 第四象限
16. 已知过点 $P(4,1)$ 的直线 l 与 x 轴、 y 轴的正半轴分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 当 $\triangle AOB$ 的面积为 8 时, 直线 l 的方程为 _____.
17. 已知直线 $l: kx - y + 1 + 2k = 0 (k \in \mathbf{R})$.
- (1) 求直线 l 所过定点的坐标;
 - (2) 若直线 l 交 x 轴的负半轴于点 A , 交 y 轴的正半轴于点 B , $\triangle AOB$ (O 为坐标原点) 的面积为 S , 求 S 的最小值及此时直线 l 的方程.



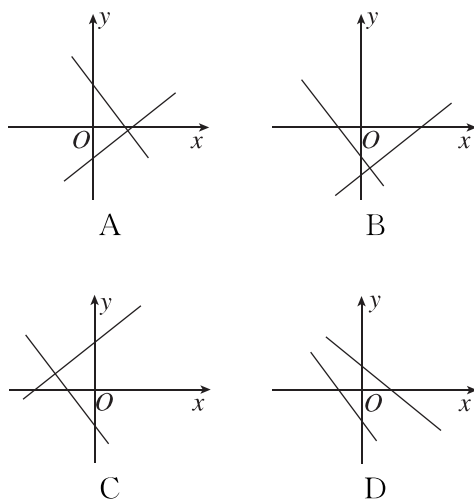
第2课时 直线方程的两点式

基础 夯实篇

1. 经过点 $A(-1,4)$ 且在 x 轴上的截距为 3 的直线方程是 ()
 A. $x+y+3=0$ B. $x-y+3=0$
 C. $x+y-3=0$ D. $x+y-5=0$
2. 已知直线过点 $(1,1)$ 和点 $(-1,-5)$, 则该直线的方程为 ()
 A. $y=3x+2$ B. $y=3x-2$
 C. $y=-3x+4$ D. $y=-3x-8$
3. 过点 $A(2,3)$ 且在两坐标轴上的截距相等的直线的方程为 ()
 A. $3x-2y=0$
 B. $2x-3y=0$
 C. $3x-2y=0$ 或 $x+y-5=0$
 D. $2x-3y=0$ 或 $x-y+1=0$
4. 已知直线 $\frac{x}{12} - \frac{my}{4} = 1$ 在两个坐标轴上的截距之和等于 10, 则实数 m 的值为 ()
 A. 2 B. 3
 C. 4 D. 5
5. 已知直线 l 在 x 轴上的截距是 -2 , 在 y 轴上的截距是 3, 则直线 l 的方程是_____.
6. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(0,2), B(4,0), C(-1,-1)$, 则 AB 边上的中线 CM 所在直线的方程为_____.

素养 提能篇

7. 直线 l 过点 $P(2,-1)$ 且在两坐标轴上的截距之和为 0, 则直线 l 的方程为 ()
 A. $x-y-3=0$
 B. $x+2y=0$ 或 $x-y-3=0$
 C. $x+2y=0$
 D. $x+2y=0$ 或 $x+y-1=0$
8. 在同一平面直角坐标系中, 两直线 $\frac{x}{m} - \frac{y}{n} = 1$ 与 $\frac{x}{n} - \frac{y}{m} = 1$ 的位置可能是 ()



9. (多选题) 下列说法正确的是 ()
 A. 当直线 l 经过两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, $x_1 \neq x_2$ 时, 直线 l 的斜率为 $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 B. 直线 $y = kx + b$ 与 y 轴交于一点 M , 则直线在 y 轴上的截距为 $|OM|$ (O 为原点)
 C. 在 x 轴和 y 轴上的截距相等的直线方程为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$
 D. 方程 $(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$ 表示过点 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 的直线
10. (多选题) 下列说法正确的是 ()
 A. 点斜式 $y - y_1 = k(x - x_1)$ 可表示不垂直于 x 轴的任何直线
 B. 斜截式 $y = kx + b$ 可表示不垂直于 x 轴的任何直线
 C. 两点式 $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ 可表示不垂直于 x 轴和 y 轴的任何直线
 D. 截距式 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 可表示不过原点的任何直线
11. 已知直线 l 的斜率为 $\frac{1}{6}$, 且和两坐标轴围成的三角形的面积为 3, 则直线 l 的方程为_____.

思维训练篇

12. [2023·安徽亳州一中高二月考] 已知直线 l 与两坐标轴围成的三角形为等腰直角三角形, 且此三角形的面积为 18, 则直线 l 的方程为_____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $A(4, 2)$, 点 B, C 分别在 x, y 轴上, 且直线 AB 在 y 轴上的截距为 1, 直线 AC 的倾斜角为 45° . 求:

(1) 直线 AB, AC 的方程;

(2) $\triangle ABC$ 的面积 S .

14. (1) 已知过点 $(1, -1)$ 的直线在 y 轴上的截距比在 x 轴上的截距大 $\frac{1}{2}$, 求此直线的方程;

(2) 求过点 $A(-5, 2)$, 且在 x 轴上的截距等于在 y 轴上的截距的 2 倍的直线的方程.

15. 已知直线 l 过点 $P(2, 3)$, 且在两坐标轴上的截距的绝对值相等, 则满足条件的直线 l 的条数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

16. (多选题) 下列说法正确的有 ()

A. 不经过原点的直线的方程都可以用截距式表示

B. 若直线 l 与 x, y 轴的交点分别为 A, B , 且线段 AB 的中点坐标为 $(4, 1)$, 则直线 l 的方程为 $\frac{x}{8} + \frac{y}{2} = 1$

C. 过点 $(1, 1)$ 且在两坐标轴上截距相等的直线的方程为 $y = x$ 或 $y = -x + 2$

D. 若直线 l 的方程为 $y = \frac{3}{2}x - 2$, 则直线 l 的方程的截距式为 $\frac{x}{\frac{4}{3}} + \frac{y}{-2} = 1$

17. 已知直线 $l: \frac{x}{m} + \frac{y}{4-m} = 1$.

(1) 若直线 l 的斜率是 2, 求 m 的值;

(2) 当直线 l 与两坐标轴的正半轴围成的三角形的面积最大时, 求此时直线 l 的方程.

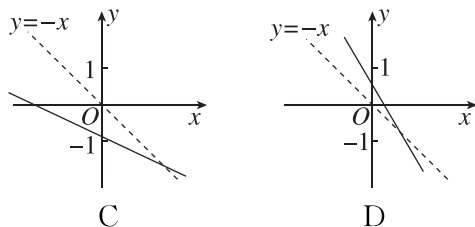
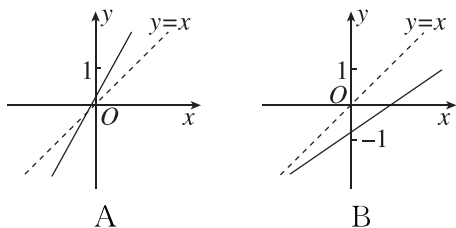
第3课时 直线方程的一般式

基础夯实篇

- 已知直线 l 经过点 $A(1,1)$, 且斜率为 2, 则该直线的方程的一般式为 ()
 A. $y-1=2(x-1)$
 B. $y=2x-1$
 C. $2x-y-1=0$
 D. $x-2y+1=0$
- 将直线 $3x-\sqrt{3}y=0$ 绕着原点按逆时针方向旋转 90° , 得到的新直线的斜率是 ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 直线 $2\sqrt{3}x-2y+9=0$ 的倾斜角为 ()
 A. 30° B. 45°
 C. 60° D. -120°
- 若直线 l 过点 $A(1,0), B(2,3)$, 则它的方程的点法式为 ()
 A. $(x-1)+3y=0$
 B. $3(x-1)+y=0$
 C. $-3(x-1)+y=0$
 D. $(x-1)-3y=0$
- 若直线 l 的方程为 $x-y+3=0$, 则直线 l 的一个法向量的坐标是_____.
- 已知直线 $l: ax+y-2=0$ 在 x 轴和 y 轴上的截距相等, 则实数 a 的值是_____.

素养提能篇

- 关于 x, y 的方程 $a^2x-ay-1=0 (a \neq 0)$ 表示的直线(图中实线)可能是 ()



- [2023·福建莆田二十五中高二期中考] 下列说法正确的是 ()
 A. 直线 $x-y-1=0$ 的一个法向量为 $(1,1)$
 B. 直线 $x+y-1=0$ 的一个方向向量为 $(-1, -1)$
 C. 直线 $\sqrt{3}x-y-1=0$ 的斜率为 $-\sqrt{3}$
 D. 直线 $\sqrt{3}x+y-1=0$ 的倾斜角为 120°
- (多选题) 已知直线 $l: mx+y+1=0, A(1,2), B(3,3)$, 则下列结论正确的是 ()
 A. 直线恒过定点 $(0, -1)$
 B. 当 $m=0$ 时, 直线 l 的斜率为 0
 C. 当 $m=1$ 时, 直线 l 的倾斜角为 45°
 D. 当 $m=2$ 时, 直线 l 与直线 AB 的斜率相同
- (多选题) 已知直线 l 的方程是 $Ax+By+C=0 (A, B$ 不同时为 $0)$, 则下列结论正确的是 ()
 A. $A^2+C^2 \neq 0$
 B. 若 $C=-A$, 则直线 l 过定点 $(1,0)$
 C. 若 $A \cdot B < 0$ 且 $B \cdot C > 0$, 则直线 l 不过第二象限
 D. 若 $A \cdot C > 0$, 则直线 l 必过第二、三象限
- 直线 l 经过点 $P(2,3)$, 且与向量 $n=(-8,4)$ 垂直, 则直线 l 的方程为_____.
- 若方程 $(2m^2+m-3)x+(m^2-m)y-4m+1=0$ 表示一条直线, 则实数 m 的取值范围是_____.

思维训练篇

13. [2023·安徽合肥八中高二月考] 求满足下列条件的直线方程的一般式.

- (1) 经过点 $A(-1, -3)$, 且斜率为直线 $3x + 8y - 1 = 0$ 斜率的 3 倍;
 (2) 过点 $M(0, 4)$, 且与两坐标轴围成的三角形的面积为 12.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $A(1, 2), B(-3, 2)$, 直线 AC 的斜率为 $\sqrt{3}$.

- (1) 若直线 l 过点 A , 且在两坐标轴上的截距相等, 求直线 l 的方程的一般式;
 (2) 求 $\angle BAC$ 的平分线所在直线的方程的一般式.

15. (多选题) 已知直线 $l: Ax + By + C = 0$, 其中 A, B 不全为 0, 则下列说法正确的是 ()

- A. 当 $C = 0$ 时, l 过坐标原点
 B. 当 $A \cdot B > 0$ 时, l 的倾斜角为锐角
 C. 当 $B = 0, C \neq 0$ 时, l 和 x 轴平行
 D. 若直线 l 过点 $P(x_0, y_0)$, 则直线 l 的方程可化为 $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$

16. 若直线 l 过点 $A(-5, 3)$, 且 $\nu = (2, 3)$ 是直线 l 的一个法向量, 则直线 l 的方程的一般式为 _____.

17. 已知直线 $l: kx - y + 2k + 1 = 0$.

(1) 若直线 l 在两坐标轴上的截距相等, 求 l 的方程;

(2) 当 $-3 < x < 3$ 时, 直线 l 上的点都在 x 轴的上方, 求实数 k 的取值范围.

1.4 两条直线的平行与垂直

第1课时 两条直线平行

基础 夯实篇

1. 经过两点 $A(2,3), B(-1,x)$ 的直线 l_1 与斜率为 -1 的直线 l_2 平行, 则实数 x 的值为 ()
A. 0 B. -6
C. 6 D. 3
2. 已知直线 l 过点 $(1,1)$, 且与直线 $6x-5y+4=0$ 平行, 则 l 的方程为 ()
A. $5x+6y-11=0$
B. $5x-6y+1=0$
C. $6x-5y-11=0$
D. $6x-5y-1=0$
3. 已知直线 $l_1: ax+y+3=0, l_2: x-y+1=0$, 若 $l_1 // l_2$, 则 a 的值为 ()
A. 1 B. -1
C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$
4. 已知直线 l_1 经过点 $E(0,1), F(-2,-1)$, 直线 l_2 经过点 $G(3,4), H(2,3)$, 则两直线的位置关系是 ()
A. 平行
B. 重合
C. 相交
D. 平行或重合
5. 已知点 $P(4,2), Q(1,0)$, 则过点 Q 且与 OP (O 是坐标原点) 平行的直线的方程是_____.
6. 已知点 $A(-1,-2), B(5,-4)$, 若点 A, B 到直线 $l: ax+y+1=0$ 的距离相等, 则实数 a 的值为_____.

素养 提能篇

7. 若直线 $ax-2y-1=0$ 和直线 $2y-3x+b=0$ 平行, 则直线 $y=ax+b$ 和直线 $y=3x+1$ 的位置关系是 ()
A. 重合 B. 平行
C. 平行或重合 D. 相交
8. “ $k=4$ ”是“直线 $l_1: (k-2)x+(3-k)y+1=0$ 与直线 $l_2: 2(k-2)x-2y+4=0$ 平行”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
9. (多选题) 设 $a \in \mathbf{R}$, 如果直线 $l_1: y = -\frac{a}{2}x + \frac{1}{2}$ 与直线 $l_2: y = -\frac{1}{a+1}x - \frac{4}{a+1}$ 平行, 那么 a 的值可以是 ()
A. -2 B. 1 C. 2 D. -1
10. (多选题) 已知直线 l_1 与 l_2 为两条不重合的直线, 则下列说法正确的是 ()
A. 若 $l_1 // l_2$, 则两直线的斜率相等
B. 若两直线的斜率相等, 则 $l_1 // l_2$
C. 若两直线的倾斜角相等, 则 $l_1 // l_2$
D. 若 $l_1 // l_2$, 则两直线的倾斜角相等
11. 若不过同一点的三条直线 $3x+2y-6=0, 3x+2my+18=0, 3mx+2y+12=0$ 不能围成一个三角形, 则实数 m 的值是_____.
12. 直线 $l_1: 3ax+(2+a)y+3a=0$ 与直线 $l_2: (2-a)x+ay+1=0$ 平行的充要条件为_____.

13. 已知 $\square ABCD$ 的三个顶点分别是 $A(0,1)$, $B(1,0)$, $C(4,3)$, 求顶点 D 的坐标.

14. 已知直线 l_1 的方程为 $y = -2x + 3$, l_2 的方程为 $y = 4x - 2$, 直线 l 与 l_1 平行且与 l_2 在 y 轴上的截距相同, 求直线 l 的方程.

15. [2024 · 山东烟台期末] “直线 $x \sin \theta + \frac{1}{2}y - 1 = 0$ 与 $x + y \cos \theta + 1 = 0$ 平行”是“ $\theta = \frac{\pi}{4}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

16. 设集合 $A = \left\{ (x, y) \mid \frac{y-3}{x-1} = 2, x, y \in \mathbf{R} \right\}$, $B = \left\{ (x, y) \mid 4x + ay - 16 = 0, x, y \in \mathbf{R} \right\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 $a =$ _____.

17. 已知直线 $l_1: kx - 2y - 2k + 4 = 0$, 直线 $l_2: k^2x + 4y - 4k^2 - 8 = 0, k \in \mathbf{R}$.
- (1) 若直线 l_1 在两坐标轴上的截距相等, 求直线 l_1 的方程;
- (2) 若 $l_1 // l_2$, 求直线 l_2 的方程.

第2课时 两条直线垂直

基础 夯实篇

- 如果直线 l_1 的斜率为 2, $l_1 \perp l_2$, 那么直线 l_2 的斜率为 ()
 A. $-\frac{1}{2}$ B. 2
 C. $\frac{1}{2}$ D. -2
- [2023·河南南阳二中高二期中] 已知点 $A(1, 3)$, $B(5, 7)$, 则线段 AB 的垂直平分线所在直线的方程为 ()
 A. $2x + y - 5 = 0$
 B. $x + y - 8 = 0$
 C. $x + 2y + 3 = 0$
 D. $x + y + 6 = 0$
- 已知两条直线 l_1, l_2 的斜率分别是方程 $3x^2 + mx - 3 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 的两个根, 则 l_1 与 l_2 的位置关系是 ()
 A. 垂直
 B. 相交但不垂直
 C. 平行
 D. 重合
- 已知直线 $mx + 4y - 2 = 0$ 与直线 $2x - 5y + n = 0$ 互相垂直, 且两条直线均过点 $(1, p)$, 则 $m + n - p$ 等于 ()
 A. 24 B. 20
 C. 4 D. 0
- 已知点 $A(1, -1)$ 和直线 $l: x - 2y + 2 = 0$, 则过点 A 且垂直于直线 l 的直线的方程是_____.
- 已知直线 $l_1: x + my - 1 = 0, l_2: (m - 2)x + 3y + 3 = 0$, 若 $l_1 \perp l_2$, 则 $m =$ _____.

素养 提能篇

- “直线 $l_1: ax + (1 - a)y = 3$ 与 $l_2: (a - 1)x + (2a + 3)y = 2$ 互相垂直”是“ $a = -3$ ”的 ()
 A. 必要不充分条件
 B. 充分不必要条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $a \neq 0$, 直线 $ax + (b + 2)y + 4 = 0$ 与直线 $ax + (b - 2)y - 3 = 0$ 互相垂直, 则 ab 的最大值为 ()
 A. 0 B. 2
 C. 4 D. $\sqrt{2}$
- (多选题) 已知直线 l_1 经过点 $A(3, a), B(a - 1, 2)$, 直线 l_2 经过点 $C(1, 2), D(-2, a + 2)$. 若 $l_1 \perp l_2$, 则 a 的值可以是 ()
 A. -4 B. -3
 C. 3 D. 4
- (多选题) 已知 $a > 0, b > 0$, 直线 $l_1: x + (a - 2)y + 1 = 0, l_2: bx + y - 2 = 0$, 且 $l_1 \perp l_2$, 则 ()
 A. $0 < ab \leq 1$ B. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq 2$
 C. $a^2 + b^2 < 2$ D. $\frac{b}{a} + \frac{2}{b} \geq 3$
- 已知 $\triangle ABC$ 的顶点分别为 $A(5, -1), B(1, 1), C(2, m)$, 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 则 m 的值为_____.
- 已知直线 l_1 过点 $(0, \frac{7}{3})$ 与点 $(7, 0)$, 直线 l_2 过点 $(2, 1)$ 与点 $(3, k + 1)$, 直线 l_1, l_2 和两坐标轴围成的四边形内接于一个圆, 则 k 的值为_____.

思维训练篇

13. 已知垂直于直线 $3x - 4y + 1 = 0$ 的直线 l 与两坐标轴围成的三角形的周长是 15, 求直线 l 的方程.

14. 在平面直角坐标系中, 四边形 $OPQR$ 的顶点按逆时针顺序依次是 $O(0, 0), P(1, t), Q(1 - 2t, 2 + t), R(-2t, 2)$, 其中 $t \in (0, +\infty)$, 试判断四边形 $OPQR$ 的形状, 并给出证明.

15. 数学家欧拉在 1765 年提出定理: 三角形的外心、重心、垂心依次位于同一直线上, 且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半. 这条直线被后人称为三角形的欧拉线. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(3, 0), B(1, 2)$, 且 $|AC| = |BC|$, 则 $\triangle ABC$ 的欧拉线的方程为 ()

- A. $x - y - 1 = 0$ B. $2x + y - 4 = 0$
C. $x + y - 3 = 0$ D. $2x - y + 1 = 0$

16. 已知倾斜角为 θ 的直线与直线 $x - 3y + 1 = 0$ 垂直, 则 $\frac{2}{3\sin^2\theta - \cos^2\theta} =$ ()

- A. $\frac{10}{3}$ B. $-\frac{10}{3}$
C. $\frac{10}{13}$ D. $-\frac{10}{13}$

17. 已知 $M(1, -1), N(2, 2), P(3, 0)$.

(1) 若点 Q 满足 $PQ \perp MN, PN \parallel MQ$, 求点 Q 的坐标;

(2) 若点 Q 在 x 轴上, 且 $\angle NQP = \angle NPQ$, 求直线 MQ 的倾斜角.

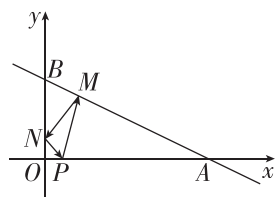
1.5 两条直线的交点坐标

基础 夯实篇

- 直线 $2x+y+1=0$ 与直线 $x-y+2=0$ 的交点在 ()
A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限
- 直线 $2x+y+5=0$ 与直线 $kx+2y=0$ 互相垂直, 则它们的交点坐标为 ()
A. $(-1, -3)$
B. $(-2, -1)$
C. $(-\frac{1}{2}, -1)$
D. $(-1, -2)$
- 三条直线 $x=2, x-y-1=0, x+ky=0$ 相交于一点, 则 k 的值为 ()
A. -2
B. $-\frac{1}{2}$
C. 2
D. $\frac{1}{2}$
- 已知直线 l 经过原点, 且经过另两条直线 $2x+3y-1=0, x-4y-6=0$ 的交点, 则直线 l 的方程为 ()
A. $2x+y=0$
B. $x+2y=0$
C. $2x-y=0$
D. $x-2y=0$
- 斜率为 -1 , 且过直线 $2x+y+4=0$ 和直线 $x-2y-3=0$ 交点的直线的方程为_____.
- 直线 $l_1: 2x-y+1=0$ 关于直线 $l_2: x+y+2=0$ 对称的直线方程为_____.

素养 提能篇

- 已知实数 a, b 满足 $a+2b=1$, 则直线 $ax+3y+b=0$ 必过定点, 这个定点的坐标为 ()
A. $(\frac{1}{6}, \frac{1}{2})$
B. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{6})$
C. $(\frac{1}{6}, -\frac{1}{2})$
D. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{6})$
- [2024·重庆十八中高二期末] 如图, 已知两点 $A(22, 0), B(0, 11), O$ 为坐标原点, 从点 $P(2, 0)$ 射出的光线经直线 AB 上的点 M 反射后再射到直线 OB 上, 最后经直线 OB 上的点 N 反射后又回到点 P , 则直线 MN 的方程为 ()
A. $4x-3y-6=0$
B. $4x+3y+8=0$
C. $3x-4y+6=0$
D. $4x-3y+8=0$
- (多选题) 已知直线 $l_1: kx-y+2-3k=0$ 与直线 $l_2: 2x+y+1=0$ 的交点在第三象限, 则实数 k 的值可能为 ()
A. $\frac{6}{5}$
B. $\frac{4}{5}$
C. $\frac{6}{7}$
D. 2
- (多选题) 当 $0 < k < \frac{1}{2}$ 时, 直线 $l_1: kx-y-k+1=0$ 与直线 $l_2: ky-x-2k=0$ 的交点的坐标可能是 ()
A. $(2, 3)$
B. $(-1, 2)$
C. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
D. $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
- [2023·天津四十二中高二月考] 已知直线 $l_1: mx-y+m-1=0$ 与射线 $l_2: x-y-2=0 (x \geq 0)$ 恒有公共点, 则 m 的取值范围是_____.
- 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(4, -2)$, AB 边上的中线 CF 所在直线的方程为 $2x-y+5=0$, 若 AC 边上的高 BE 所在直线的方程为 $x-2y-5=0$, 则点 B 的坐标为_____.



思维训练篇

13. [2023·四川内江高二期中] 已知直线 $l: (m+1)x + (m-3)y + 2m + 10 = 0 (m \in \mathbf{R})$.

(1) 求证: 直线 l 与直线 $3x + 7y - 2 = 0$ 总有公共点;

(2) 若直线 l 交 x 轴的负半轴于点 A , 交 y 轴的正半轴于点 B , O 为坐标原点, 设 $\triangle AOB$ 的面积为 S , 求 S 的最小值及 S 取最小值时直线 l 的方程.

14. [2023·江西宜春奉新一中高二月考] 已知直线 $l: (m-2)x - (m+1)y + 3m = 0 (m \in \mathbf{R})$, 直线 $l_1: 4x + y + 3 = 0$ 和 $l_2: 3x - 5y - 5 = 0$.

(1) 求证: 直线 l 恒过定点;

(2) 设(1)中的定点为 P , l 与 l_1, l_2 的交点分别为 A, B , 若 P 恰为线段 AB 的中点, 求 m 的值.

15. 在平面直角坐标系中, 横、纵坐标都是整数的点称为整点. 设 k 为整数, 当直线 $y = x + 2$ 与直线 $y = kx - 4$ 的交点为整点时, k 的所有可能取值有 ()

- A. 8 个 B. 9 个
C. 7 个 D. 6 个

16. 已知两直线 $a_1x + b_1y + 1 = 0$ 和 $a_2x + b_2y + 1 = 0 (a_1 \neq a_2)$ 的交点为 $M(2, 3)$, 则过两点 $Q(a_1, b_1), P(a_2, b_2)$ 的直线的方程为 _____.

17. 已知直线 $l_1: (a-1)x + 2y = a$, 直线 $l_2: x + ay = 4 - a (a \in \mathbf{R})$, 讨论直线 l_1, l_2 的交点个数.

